

PHẦN GIẢI BÀI TẬP

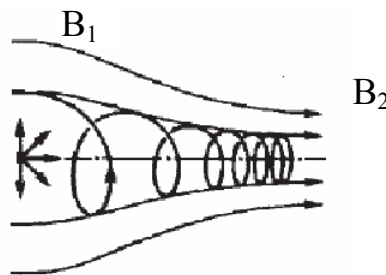
(180 phút không kể thời gian phát đề)

CÂU 1. Gương từ

Dưới tác dụng của lực Lorentz, hạt tích điện có vận tốc thích hợp sẽ chuyển động theo đường xoắn ốc dọc theo đường sức từ. Khi chuyển động đến miền có từ trường lớn hơn (mật độ đường sức lớn hơn), do chuyển động theo quỹ đạo gần tròn kết hợp với thành phần hướng tâm của từ trường mà hạt chịu tác dụng của lực hướng ra phía ngoài miền từ trường mạnh. Chính lực này làm cho hạt bị phản xạ trở lại. Đó là hiệu ứng gương từ.

Một ion chuyển động theo quỹ đạo xoắn ốc xung quanh trục của một ống solenoid. Các vòng dây của ống solenoid được cuốn sao cho ion chuyển động trong miền có từ trường tăng dần từ B_1 đến B_2 . Hãy tìm điều kiện để ion bị phản xạ trở lại khi tới vùng từ trường B_2 .

Giả sử một nguồn phát ion đặt tại điểm có từ trường B_1 trên trục của ống solenoid nói trên phát ra ion cùng loại bay vào bên trong ống. Tất cả ion đều có tốc độ như nhau và phân bố đều theo mọi hướng. Hỏi tỷ lệ ion bị phản xạ trở lại là bao nhiêu?



Giải

Vì từ trường tăng dần dần nên có thể xem quỹ đạo của ion trong mặt phẳng vuông góc với trục là đường tròn. Tốc độ góc của chuyển động tròn là

$$\omega = \frac{qB}{m} . \quad (1)$$

Do có đối xứng trục nên thành phần song song với trục solenoid (trục z) của mô men động lượng bảo toàn. Ta có

$$m r^2 \omega = m r_1^2 \omega_1 \quad (2)$$

với ω_1 và r_1 là tốc độ góc và bán kính quỹ đạo tròn tại vị trí từ trường $B=B_1$. Mặt khác, năng lượng của ion trong từ trường bảo toàn. Do đó

$$\frac{1}{2} m v_l^2 + \frac{1}{2} m r^2 \omega^2 = \frac{1}{2} m v_{l1}^2 + \frac{1}{2} m r_1^2 \omega_1^2 , \quad (3)$$

trong đó chỉ số l đánh dấu thành phần song song với trục solenoid.

Giả sử ion bị phản xạ trở lại tại điểm có từ trường B . Khi đó tốc độ $v_l = 0$. Ta có

$$v_{1l}^2 = r^2 \omega^2 - r_1^2 \omega_1^2 = r_1^2 \omega_1^2 \left(\frac{r^2 \omega^2}{r_1^2 \omega_1^2} - 1 \right) = r_1^2 \omega_1^2 \left(\frac{\omega}{\omega_1} - 1 \right) . \quad (4)$$

Vì $B \leq B_2$ nên điều kiện để ion phản xạ trở lại là

$$v_{1l} \leq v_{1t} \sqrt{\frac{B_2}{B_1} - 1} , \quad (5)$$

trong đó $v_{1t} = r_1 \omega_1$ là thành phần vận tốc trong mặt phẳng vuông góc với trục tại điểm có từ trường B_1 .

Từ bất đẳng thức (5) suy ra ion bị phản xạ nếu góc α giữa hướng bay ban đầu của ion và trục ống thỏa mãn điều kiện

$$\cos \alpha \leq \sqrt{1 - \frac{B_1}{B_2}} \equiv \cos \alpha_0 . \quad (6)$$

Ký hiệu n là số ion bay vào một đơn vị góc khối. Tổng số ion trong chùm là $N=2\pi n$. Số ion bị phản xạ là

$$\begin{aligned} N' &= n \int_{\cos \alpha \leq \cos \alpha_0} d\Omega \\ &= \pi n \int_{|\alpha| \leq \alpha_0} \sin \alpha d\alpha = 2\pi n \sqrt{1 - \frac{B_1}{B_2}} \end{aligned} \quad (7)$$

Vậy tỷ lệ ion bị phản xạ là

$$k \equiv \frac{N'}{N} = \sqrt{1 - \frac{B_1}{B_2}} .$$

CÂU 2.

I. Một thùng đựng nước muối có đáy hình vuông cạnh dài 3m. Thành bên của thùng hấp thụ hoàn toàn ánh sáng, đáy thùng bằng thủy tinh có độ dày không đáng kể có thể bỏ qua. Độ sâu của nước trong thùng là 1m. Thùng được đặt nằm yên trong thời gian dài. Khi đó, nồng độ muối trong thùng không đồng đều, mà tăng theo chiều sâu. Nước muối nặng hơn nước tinh khiết nên chiết suất của nước muối trong thùng cũng tăng theo chiều sâu. Giả thiết rằng chiết suất của nước trong thùng ở bề mặt là $n_0 = 1,3$ và tăng theo chiều sâu với tốc độ tăng $\alpha = 0,05 \text{ m}^{-1}$. Không khí bao quanh thùng có chiết suất $n_a = 1$.

Một nguồn sáng nhỏ đặt ở tâm của đáy thùng, phát ánh sáng ra mọi hướng.

- Để đơn giản, giả thiết rằng nước muối đồng nhất và có chiết suất n_0 . Hãy tính diện tích bề mặt nước được chiếu sáng, nếu nhìn bề mặt nước từ phía trên xuống.
- Xét trường hợp thực tế khi nước có nồng độ muối không đồng nhất đã trình bày ở trên. Hãy xác định điều kiện đối với góc phát ra của tia sáng ở đáy thùng để tia sáng có thể ló ra khỏi bề mặt nước. Phác họa đường đi của tia sáng không thỏa mãn điều kiện đó.

II. Xét không khí ở phía trên mặt đường cao tốc dưới ánh nắng mùa hè. Trên mặt đường, nhiệt độ không khí là $T_h = 60^\circ\text{C}$. Lên cao, nhiệt độ giảm dần. Từ độ cao 1m trở lên, không khí

mát hơn và có nhiệt độ $T_c = 30^\circ\text{C}$. Chiết suất $n(T)$ của không khí là một hàm của nhiệt độ và liên quan đến mật độ không khí $\rho(T)$ theo hệ thức

$$n(T)-1 \sim \rho(T) \quad .$$

Ở đây, T là nhiệt độ tuyệt đối của không khí. Giả thiết rằng mật độ không khí tỷ lệ nghịch với nhiệt độ, áp suất không khí như nhau tại mọi điểm và bằng 1 atm. Chiết suất không khí ở nhiệt độ 15°C và áp suất 1 atm là 1,000276.

Nếu mắt người lái xe ô tô cách mặt đường 1,5m thì mặt đường trở nên mờ ảo ở cách mắt bao xa (hiện tượng ảo ảnh)?

Giải

I.

- a. Tia sáng từ bóng đèn đi tới mặt nước có góc tới lớn hơn góc giới hạn θ_0 sẽ phản xạ toàn phần và không ló ra khỏi nước. Góc θ_0 được xác định bởi phương trình

$$1,3 \sin\theta_0 = 1 \sin 90^\circ \quad ,$$

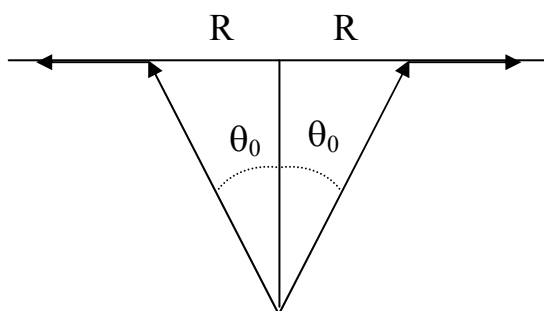
do đó $\theta_0 = 50,3^\circ$.

Chỉ những tia sáng có góc tới nhỏ hơn góc tới hạn θ_0 mới ló ra khỏi mặt nước. Vì vậy, nếu nhìn từ trên xuống, diện tích mặt nước được bóng đèn chiếu sáng là một hình tròn bán kính R với

$$R = 1 \tan 50,3^\circ = 1,20\text{m} \quad .$$

Diện tích được chiếu sáng là

$$S = \pi R^2 = 4,56 \text{ m}^2 \quad .$$



- b. Để tia sáng ló ra khỏi nước, góc tới của tia sáng tại bề mặt phải nhỏ hơn góc tới hạn θ_0 . Theo định luật khúc xạ, ta có

$$n \sin\theta = \text{const} \quad .$$

Do đó, góc θ của tia sáng tại đáy thùng phải nhỏ hơn góc θ_1 thỏa mãn phương trình

$$n_1 \sin\theta_1 = n_0 \sin\theta_0$$

với n_1 là chiết suất của nước muối ở độ sâu 1m (tức là ở đáy thùng)

$$n_1 = n_0 + \alpha h = 1,3 + 0,05 \cdot 1 = 1,35 \quad .$$

Vậy

$$\sin\theta_1 = n_0 \sin\theta_0 / n_1 = 1 / n_1 = 0,7407 \quad ,$$

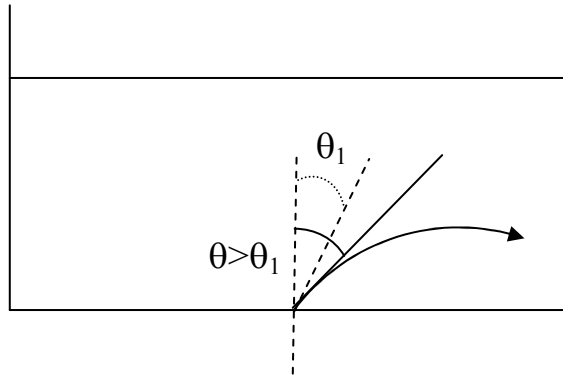
tức là

$$\theta < \theta_1 = 47,8^\circ \quad .$$

Nếu góc $\theta > \theta_1$ thì tồn tại $x < h$ thỏa mãn phương trình

$$n_1 \sin\theta = (n_0 + \alpha x) \sin\theta = (n_0 + \alpha x) \sin 90^\circ \quad .$$

Điều này có nghĩa tia sáng đi từ đáy thùng có góc $\theta > \theta_1$ sẽ bị phản xạ toàn phần ở độ sâu $x < h$, do đó đi ngược lại về đáy thùng và không ló ra khỏi mặt nước. Đường đi của tia sáng này được phác họa ở hình vẽ dưới đây.



II. Chiết suất của không khí phụ thuộc vào nhiệt độ tuân theo hệ thức

$$n(T) - 1 \sim \rho(T) \sim \frac{1}{T} ,$$

do đó, chiết suất thay đổi theo độ cao so với mặt đường. Ánh sáng truyền trong không khí giống như trong trường hợp truyền trong nước muối đã xét ở phần trên. Tia sáng có thể đi đến mắt người lái xe như trong hình vẽ. L chính là khoảng cách từ mắt đến nguồn sáng biểu kiến của tia sáng dường như xuất phát từ bề mặt đường. Trên thực tế, tia sáng này đi từ bầu trời nên mặt đường dường như có màu xanh và trở nên mờ ảo.

Chiết suất của không khí ở ngay sát mặt đường n_h và ở độ cao 1m n_c là

$$n_h = 1 + (288/333) (1,000276 - 1) = 1,000239 ,$$

$$n_c = 1 + (288.303) (1,000276 - 1) = 1,000262 .$$

Góc θ được xác định từ phương trình

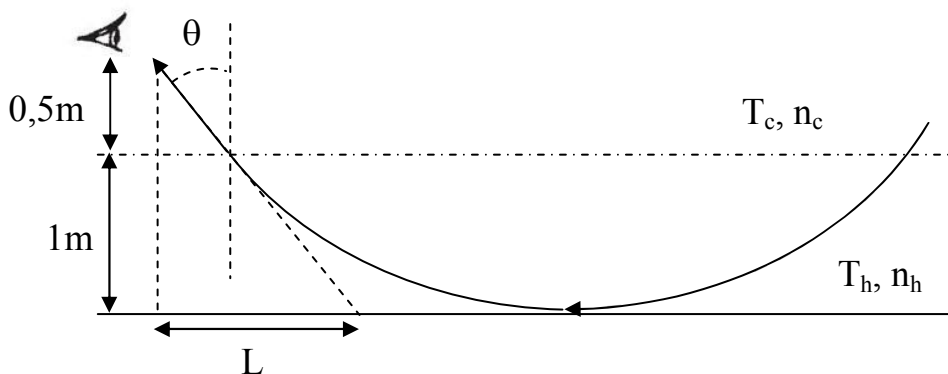
$$n_c \sin\theta = n_h \sin 90^\circ \quad \text{hay} \quad \sin\theta = n_h / n_c .$$

Do đó

$$\theta = 89,61^\circ .$$

Ta có

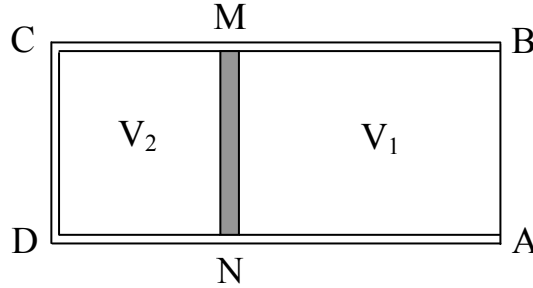
$$L = 1,5 \tan 89,61 \approx 220 \text{ m}$$



CÂU 3.

Cho một xi-lanh kín ABCD đặt nằm ngang. Thành bên AD và BC, nắp CD và pít-tông MN được làm bằng vật liệu không dẫn nhiệt, trong khi đó đáy AB thì dẫn nhiệt. Pít-tông MN có thể chuyển động không có ma sát trong xi-lanh. Bên trái và bên phải pít-tông đều có 1 mol cùng một chất khí lý tưởng có nhiệt dung mol đẳng tích C_V và chỉ số đoạn nhiệt (hệ số

Poisson) γ . Khối khí ở bên phải pít-tông được đốt nóng (hoặc làm lạnh) làm cho pít-tông chuyển động rất chậm. Hãy biểu diễn nhiệt dung C_V của khối khí này trong quá trình đang xét thông qua thể tích V_1 và V_2 của hai khối khí. Khi đó nhiệt dung C_2 của khối khí bên trái pít-tông bằng bao nhiêu? Nếu nắp CD dẫn nhiệt nhưng nhiệt độ của khối khí bên trái được giữ không đổi thì kết quả thay đổi thế nào?



Giải

Yếu tố nhiệt lượng mà khối khí bên phải nhận được khi nhiệt độ thay đổi một lượng dT_1 là

$$\delta Q_1 = C_V dT_1 + P_1 dV_1 = C_V dT_1 + RT_1 \frac{dV_1}{V_1} \quad (1)$$

Khối khí bên trái pít-tông không nhận nhiệt lượng nên $\delta Q_2 = 0$, do đó $C_2 = 0$ và

$$C_V dT_2 + RT_2 \frac{dV_2}{V_2} = 0 \quad , \quad \text{hay} \quad \frac{dT_2}{T_2} = -\frac{R}{C_V} \frac{dV_2}{V_2} \quad (2)$$

Vì $P_1 = P_2$ nên $V_1 T_2 = V_2 T_1$, suy ra

$$\frac{dV_1}{V_1} - \frac{dV_2}{V_2} = \frac{dT_1}{T_1} - \frac{dT_2}{T_2} \quad (3)$$

Mặt khác, $V_1 + V_2$ không thay đổi nên

$$dV_1 = -dV_2 \quad (4)$$

Thay (2) và (4) vào (3), ta nhận được

$$dV_1 \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} + \frac{R}{C_V} \frac{1}{V_2} \right) = \frac{dT_1}{T_1} \quad (5)$$

Vì $R = C_P - C_V = C_V (\gamma - 1)$ nên có thể viết lại phương trình trên như sau

$$dV_1 = \frac{dT_1}{T_1} \frac{V_1 V_2}{V_2 + \gamma V_1} \quad (5)$$

Thay (5) vào (1), ta có

$$\delta Q_1 = \left(C_V + R \frac{V_2}{V_2 + \gamma V_1} \right) dT_1 \quad (6)$$

Vậy

$$C_1 = \frac{\delta Q_1}{\delta T_1} = \left(C_V + R \frac{V_2}{V_2 + \gamma V_1} \right) = \gamma C_V \frac{V_1 + V_2}{V_2 + \gamma V_1} . \quad (7)$$

Xét trường hợp nắp CD dẫn nhiệt và nhiệt độ T_2 của khối khí bên trái được giữ không đổi. Khi đó ta có phương trình (1) và phương trình

$$\delta Q_2 = P_2 dV_2 . \quad (8)$$

Phương trình (3) quy về

$$\frac{dV_1}{V_1} - \frac{dV_2}{V_2} = \frac{dT_1}{T_1} . \quad (9)$$

Thay (4) vào (9) và sử dụng (1), ta nhận được

$$\delta Q_1 = \left(C_V + R \frac{V_2}{V_2 + V_1} \right) dT_1 = C_V \frac{V_1 + \gamma V_2}{V_1 + V_2} dT_1 , \quad (10)$$

do đó

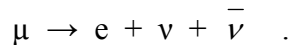
$$C_1 = C_V \frac{V_1 + \gamma V_2}{V_1 + V_2} . \quad (11)$$

Vì δQ_2 hữu hạn mà $dT_2 = 0$ nên $C_2 = \infty$.

CÂU 4.

Muon là hạt μ có cùng điện tích và spin như electron nhưng có khối lượng nghỉ $m_\mu = 207 m_e$, trong đó m_e là khối lượng nghỉ của electron.

- Giả thiết rằng hạt μ có tốc độ v_μ va chạm không đàn hồi với proton đứng yên và tạo thành một hệ liên kết giống như nguyên tử hydro. Nếu bỏ qua năng lượng liên kết của nguyên tử này thì tốc độ của nguyên tử sau va chạm là bao nhiêu?
- Nếu nguyên tử tạo bởi muon và proton ở câu hỏi a chuyển từ trạng thái kích thích thứ nhất về trạng thái cơ bản thì phát ra photon có năng lượng bằng bao nhiêu?
- Muon là hạt không bền, nó phân rã thành electron e , neutrino ν và phản neutrino $\bar{\nu}$



Giả thiết rằng neutrino và phản neutrino có khối lượng nghỉ bằng 0. Hãy tính động năng lớn nhất của electron được tạo thành khi hạt μ đứng yên phân rã.

Cho biết proton có khối lượng nghỉ $m_p = 1836 m_e$.

Giải

- Ký hiệu p_μ là xung lượng của hạt μ , M và P là khối lượng và xung lượng của nguyên tử. Ta có các phương trình thể hiện bảo toàn năng lượng và xung lượng

$$\sqrt{(m_\mu c^2)^2 + (p_\mu c)^2} + m_p c^2 = \sqrt{(Mc^2)^2 + (Pc)^2} + E_b , \quad (1)$$

$$p_\mu = P . \quad (2)$$

Ở đây, E_b là năng lượng liên kết của nguyên tử.

Bỏ qua E_b , ta rút ra

$$\begin{aligned} M^2 &= m_\mu^2 + m_p^2 + 2m_p \sqrt{m_\mu^2 + \left(\frac{p_\mu}{c}\right)^2} \\ &= m_\mu^2 + m_p^2 + 2m_\mu m_p \frac{1}{\sqrt{1 - (v_\mu/c)^2}} \end{aligned} \quad (3)$$

Mặt khác,

$$P = \frac{M}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}} V, \quad p_\mu = \frac{m_\mu}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_\mu}{c}\right)^2}} v_\mu, \quad (4)$$

với V là tốc độ của nguyên tử.

Thay (3) vào (4), chú ý đến (2), ta có

$$V = \frac{m_\mu}{m_\mu + m_p \sqrt{1 - (v_\mu/c)^2}} v_\mu \quad (5)$$

b. Đối với nguyên tử hydro, các mức năng lượng được cho bởi biểu thức

$$E_n = -\frac{1}{2} \frac{e^4 m_{ep}}{\hbar^2} \frac{1}{n^2} \approx -\frac{1}{2} \frac{e^4 m_e}{\hbar^2} \frac{1}{n^2} = -13,6 \frac{1}{n^2} \text{ eV}, \quad (6)$$

trong đó $n=1, 2, 3, \dots$, m_{ep} là khối lượng rút gọn của electron và proton. Vì $m_e \ll m_p$ nên $m_{ep} \approx m_e$. Đối với hệ muon và proton, các mức năng lượng cũng được xác định bởi biểu thức (6) với sự thay thế m_e bằng m_μ . Do đó năng lượng của photon phát ra khi hệ chuyển từ trạng thái kích thích thứ nhất xuống trạng thái cơ bản là

$$\begin{aligned} E_\gamma &= \frac{1}{2} \frac{e^4 m_\mu}{\hbar^2} \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) = 13,6 \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \frac{m_\mu}{m_e} \text{ eV} \\ &= 10,2 \times 207 \text{ eV} \approx 2110 \text{ eV}. \end{aligned}$$

c. Electron có động năng lớn nhất khi hai hạt ν và $\bar{\nu}$ chuyển động theo hướng ngược với hướng chuyển động của electron. Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có

$$m_\mu c^2 = \frac{m_e}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} c^2 + E, \quad (7)$$

trong đó $E=E_1+E_2$ là năng lượng của neutrino và phản neutrino, v là tốc độ của electron. Mặt khác, theo định luật bảo toàn động lượng, ta có

$$\frac{m_e}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} v = \frac{E_1}{c} + \frac{E_2}{c} = \frac{E}{c} \quad (8)$$

Thay (8) vào (7), ta nhận được

$$m_{\mu}c^2 = \frac{m_e}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}c^2 + \frac{m_e}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}cv$$

hay $m_{\mu} = m_e \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$ với $\beta = \frac{v}{c}$.

Do đó

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{m_{\mu}^2 + m_e^2}{2m_{\mu}m_e} . \quad (9)$$

Động năng T của electron là

$$T = \sqrt{(m_e c^2)^2 + (\gamma m_e v c)^2} - m_e c^2 = (\gamma - 1)m_e c^2 . \quad (10)$$

Thay (9) vào (10), ta có

$$T = \frac{(m_{\mu} - m_e)^2}{2m_{\mu}} c^2 \approx 103 m_e c^2 . \quad (11)$$

HẾT